

北海道大学大学院環境科学院
地球圏科学専攻
大気海洋物理学・気候力学コース

令和2年度大学院修士課程秋季特別入試
基礎学力試験

数学・物理学(古典物理学)より計2問出題されている。その全てに解答すること。1問につき1枚の解答用紙を使用し、解答用紙には問題番号を記入すること。

令和元年11月

問題 1

問 1 直交直線座標系 (x, y, z) におけるベクトル $\mathbf{a} = (x + y, z, y)$ とスカラー関数 $\phi = (xy + yz)/xz$ に関して、以下を求めよ。

(a) $\nabla \cdot \mathbf{a}$

(b) $\nabla \times \mathbf{a}$

(c) $\nabla \phi$

問 2 次の不定積分 I を求めよ。

$$I = \int (\log x)^2 dx$$

問 3 n 次正方行列 A が $A^2 = A$ を満たす。 A が固有値を 2 つ持つとき、それらを求めよ。

問 4 次の微分方程式を解け。

$$\frac{dx}{dt} + 2x + 1 = 0, \quad x(0) = 0$$

問 5 $e^z = i$ を満たす複素数 $z = a + ib$ を求めよ。ただし、 a, b は実数、 i は虚数単位である。

問題 2

問 1 変位が $\eta = A \sin(kx - \omega t)$ で表される波動がある。 x は位置、 t は時間を表す変数、また、 A, k, ω は正のパラメータである。このとき、以下の問に答えよ。

- (a) A は何を表すパラメータか。
- (b) この波動の周期はいくらか。
- (c) $t = 0$ の時の、 η の形状を図示せよ。その際、波の波長を明示せよ。
- (d) η は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\omega}{k} \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$

を満たすことを示せ。また、 $t = \frac{\pi}{2\omega}$ のときの波の形状を、(c) の図に重ねて示せ。

問 2 質量 m 、半径 R の一様な円盤上の滑車に軽い糸を巻きつける。下の図のように、糸の一端を天井に留め、滑車を静止状態から自由落下させると滑車は回転する。このときの滑車の中心における下向き鉛直加速度 a (下向きを正とする) を考える。糸は滑らないとして、以下の問に答えよ。

- (a) 糸にかかる張力を T 、重力加速度の大きさを g として、滑車の下向き鉛直加速度運動に関する運動方程式を書け。
- (b) 滑車の中心を軸としたときの慣性モーメントを I 、滑車の角加速度を α として、滑車の回転に関する運動方程式を書け。
- (c) a と α の関係を式で書け。
- (d) I が、 $\frac{1}{2}mR^2$ であることを示せ。
- (e) a を求めよ。

